

ES-2037 		Serial Number ↓	
Roll No.			
Higher Secondary Supplementary Examination - 2019			
उच्च गणित HIGHER MATHEMATICS (Hindi & English Versions)			
Total Questions : 26	Total Printed Pages : 16	Time : 3 Hours	Maximum Marks : 100



निर्देश :

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।
- प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का है।
- प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का है।

Instructions :

- All questions are compulsory.
- Question Nos. 1 to 5 are objective type questions and each carries 5 marks.
- Question Nos. 6 to 10 carry 2 marks each.
- Question Nos. 11 to 14 carry 3 marks each.
- Question Nos. 15 to 21 carry 4 marks each.
- Question Nos. 22 to 26 carry 5 marks each.

(i) यदि $f: R \rightarrow R, f(x) = (3-x^3)^{\frac{1}{3}}$, तो $f \circ f(x)$ का मान है -

(a) $x^{\frac{1}{3}}$

(b) x^3

(c) x

(d) $3-x^3$

(ii) एक लीप वर्ष में 53 रविवार या 53 शुक्रवार आने की प्रायिकता है :

(a) $\frac{2}{7}$

(b) $\frac{3}{7}$

(c) $\frac{4}{7}$

(d) $\frac{1}{7}$

(iii) सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$ में अवयव (-3) का सहखण्ड है -

(a) -1

(b) 1

(c) -2

(d) 2

(iv) $\frac{d}{dx}(e^{\log x})$ का मान है -

(a) $\frac{1}{e^x}$

(b) 1

(c) $\frac{1}{x}$

(d) e^x

(v) यदि $f(x)$ फलन $x=a$ पर उच्चिष्ठ है, तो

(a) $f''(a)$ धनात्मक

(b) $f''(a)$ ऋणात्मक

(c) $f''(a) = 0$

(d) $f'(a)$ ऋणात्मक

2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

5

(i) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii) कोई फलन $f(x)$ किसी बिन्दु x_2 पर निम्निष्ठ है तो $f''(x_2)$ का मान $\underline{\hspace{2cm}}$ है।

(iii) सदिश $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ की दिशा में एकांक सदिश $\underline{\hspace{2cm}}$ है।

(iv) बिन्दु $P(x, y, z)$ की x अक्ष से दूरी $\underline{\hspace{2cm}}$ है।

(v) $x=2$ पर वक्र $y=x^3-x$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता $\underline{\hspace{2cm}}$ है।

Fill in the blanks :

(i) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii) If function $f(x)$ is minimum at point x_2 , then $f''(x_2)$ is $\underline{\hspace{2cm}}$

(iii) Unit vector in the direction of $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ is $\underline{\hspace{2cm}}$

(iv) The distance of the point $P(x, y, z)$ from x -axis is $\underline{\hspace{2cm}}$

(v) Slope of the tangent to the curve $y=x^3-x$ at $x=2$ is $\underline{\hspace{2cm}}$

3 निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य लिखिए :

5

(i) एक वर्ग आव्यूह 'A' व्युत्क्रमणीय होता है यदि $|A| \neq 0$.

(ii) यदि किसी प्रतिदर्श समष्टि 'S' की घटनाएँ A और B स्वतंत्र हों, तो

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

(iii) किसी कण का अधिकतम ऊँचाई पर वेग शून्य होता है।

393 (iv) वक्र $y = x^3$, x अक्ष एवं कोटियों $x = -2$ एवं $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल

$$\frac{17}{4} \text{ है।}$$

(v) बिन्दु $(1, 0, 2)$ की x अक्ष से दूरी 1 है।

Write True / False in the following statements :

(i) A square matrix A is invertible if $|A| \neq 0$.

(ii) If two events A and B of a sample space 'S' be independent, then $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

(iii) The velocity of a particle at maximum height is always zero.

(iv) Area bounded by the curve $y = x^3$, x-axis and ordinates $x = 1$,

$$x = -2 \text{ is } \frac{17}{4}.$$

(v) The perpendicular distance of the point $(1, 0, 2)$ from the x-axis is 1.

4 सही जोड़ी बनाइए :

Match the correct pairs :

स्तम्भ 'अ' (Column 'A')

स्तम्भ 'ब' (Column 'B')

(i) $\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$

(a) $\log(x + \sqrt{x^2 - a^2})$

(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(b) $\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a}$

(iii) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

(c) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$

(iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}}$

(d) $\frac{x}{2} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{a^2}{2} \log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$

(v) $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$

(e) $\sin^{-1} \frac{x}{a}$

(f) $\log(x - \sqrt{x^2 - a^2})$

5 प्रत्येक का एक वाक्य में उत्तर दीजिए :

(i) $\int \frac{dx}{9x+1}$ का मान है -

(ii) उद्देश्य फलन के अधिकतम या न्यूनतम मान को कहते हैं -

(iii) निश्चित क्रम में विशिष्ट चरणों में सम्पादित प्रक्रिया कहलाती है -

(iv) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x^2 \frac{dy}{dx} = e^x$ की घात है -

(v) x के किस मान के लिए फलन $\frac{\log x}{x}$ उच्चतम है ?

Write the answers in one word / sentence :

(i) Value of $\int \frac{dx}{9x+1}$ is -

(ii) The maximum or minimum value of objective function is called -

(iii) The process of doing certain specified steps in a given order is called -

(iv) Degree of a given differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x^2 \frac{dy}{dx} = e^x$ is -

(v) At what value of x , the function $\frac{\log x}{x}$ is maximum ?

2

अथवा / OR

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, then find $A - B$.

2

अथवा / OR

Solve $\frac{d}{dx} \sin(\log x), x > 0$

2

अथवा / OR

Solve $\int \frac{dx}{x^2 - 16}$

- 9 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ तो $\vec{a} + \vec{b}$ की दिशा में 2

एकांक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find the unit vector in the direction of the sum of the vectors

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k} \text{ and } \vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}.$$

अथवा / OR

सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ के दिक् कोसाइन ज्ञात कीजिए।

If vector $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, then find its direction cosines.

- 10 बिन्दुओं (2, 3, 4) तथा (4, 5, 6) को मिलाने वाली रेखा की दिक् कोज्याएँ 2
ज्ञात कीजिए।

Find the direction cosines of a line joining the points (2, 3, 4) and (4, 5, 6).

अथवा / OR

यदि किसी रेखा के दिक् अनुपात 1, 3 और 5 हों, तो उसकी दिक् कोज्याएँ ज्ञात कीजिए।

If the direction ratios of a line are 1, 3 and 5, then find its direction cosines.

- 11 धातु की एक वर्गाकार चादर की भुजा 3 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। 3

जब भुजा 10 सेमी हो, तब उसका क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है?

The side of a square metal sheet is increasing at the rate of 3 cm per minute.

At what rate is its area increasing when the side is 10 cm long ?

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, $x \in R$, R पर वर्धमान फलन है।

Prove that the function $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, $x \in R$ is increasing on R .

12 वक्र $y = \sqrt{4x-3} - 1$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखा की

3

प्रवणता $\frac{2}{3}$ है।

Find the point at which the tangent to the curve $y = \sqrt{4x-3} - 1$ has its slope $\frac{2}{3}$.

अथवा / OR

वक्र $x = a \sin^3 t$, $y = b \cos^3 t$ के एक बिन्दु, जहाँ $t = \frac{\pi}{2}$ है, पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of tangent to the curve given by $x = a \sin^3 t$, $y = b \cos^3 t$ at a point where $t = \frac{\pi}{2}$.

13 यदि सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$, तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ज्ञात कीजिए।

3

If vector $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$, then find $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

अथवा / OR

यदि $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$, तो सिद्ध कीजिए कि सदिश $\vec{a} + \vec{b}$ और $\vec{a} - \vec{b}$ लम्बवत हैं।

If $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$, then prove that the vectors $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$ are perpendicular.

14 उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x , y और z अक्षों पर क्रमशः

3

2, 3 और 4 अंतःखण्ड काटता है।

Find the equation of the plane with intercepts 2, 3 and 4 on the x , y and z axis respectively.

अथवा / OR

समतल $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ की मूल बिन्दु से दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the distance of the plane $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ from the origin.

15 यदि फलन $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^2$ तथा $g: R \rightarrow R$, $g(x) = \sin x$, $x \in R$

4

से परिभाषित हो, तो $g \circ f(x)$ और $f \circ g(x)$ ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि

$$g \circ f(x) \neq f \circ g(x)$$

If $f: R \rightarrow R$ and $g: R \rightarrow R$ respectively are defined by $f(x) = x^2$ and

$g(x) = \sin x$, $x \in R$. Find $g \circ f(x)$ and $f \circ g(x)$ and show that $g \circ f(x) \neq f \circ g(x)$.

अथवा / OR

समुच्चय Q में द्विआधारी संक्रिया $*$ इस प्रकार परिभाषित है $a * b = \frac{ab}{2} \forall a, b \in Q$,

सिद्ध कीजिए कि $*$ क्रम विनिमयी तथा साहचर्यी है।

The binary operation $*$ on the set Q is defined as $a * b = \frac{ab}{2} \forall a, b \in Q$.

Prove that $*$ is commutative and associative on Q .



16 सिद्ध कीजिए कि

$$\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} = \operatorname{cosec}^{-1} x$$

Prove that

$$\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} = \operatorname{cosec}^{-1} x$$

अथवा / OR

हल कीजिए $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$

Solve $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$

17 निम्न समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$2x + 5y = 1$$

$$3x + 2y = 7$$

Solve given system of equation by using matrix method :

$$2x + 5y = 1$$

$$3x + 2y = 7$$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि
$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

Prove that
$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

18 रेखाओं l_1 और l_2 के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए जिनके सदिश समीकरण

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ और } \vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

Find the shortest distance between the lines l_1 and l_2 whose vector equation are

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

अथवा / OR

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5} \text{ तथा}$$

$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5} \text{ समतलीय है।}$$

Show that lines

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5} \text{ and}$$

$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5} \text{ are coplanar.}$$

19 फलन $Z = 2x + 3y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए जबकि प्रतिबन्ध

$$x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 10, 2x + y \leq 14$$

Solve linear programming problem graphically

Maximise $Z = 2x + 3y$

Subject to the constraints

$$x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 10, 2x + y \leq 14$$

अथवा / OR

एक निर्माणकर्ता कंपनी एक उत्पाद के दो नमूने A और B बनाती है। नमूना A के प्रत्येक नमूने बनाने के लिए 9 श्रम घंटे और 1 घंटा पालिश करने के लिए लगता है जबकि नमूना B के प्रत्येक नमूने बनाने में 12 श्रम घंटे तथा पालिश करने में 3 श्रम घंटों की आवश्यकता होती है। बनाने तथा पालिश करने के लिए उपलब्ध अधिकतम श्रम घंटे क्रमशः 180 तथा 30 हैं। कंपनी नमूना A के प्रत्येक नमूने पर रु. 8,000 तथा नमूना B के प्रत्येक नमूने पर रु. 12,000 का लाभ कमाती है। नमूना A और नमूना B के कितने नमूनों का अधिकतम लाभ कमाने के लिए प्रति सप्ताह निर्माण करना चाहिए? प्रति सप्ताह अधिकतम लाभ क्या है?

A manufacturing company makes two models A and B of a product. Each piece of model A requires 9 labour hours for fabricating and 1 labour hour for finishing. Each piece of model B requires 12 labour hours for fabricating and 3 labour hours for finishing. For fabricating and finishing, the maximum labour hours available are 180 and 30 respectively. The company makes a profit of Rs. 8,000 on each piece of model A and Rs. 12,000 on each piece of model B. How many piece of model A and model B should be manufactured per week to realise a maximum profit? What is the maximum profit per week?

20 यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{7}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{14}$ हो, तो

(i) $P\left(\frac{A}{B}\right)$ (ii) $P\left(\frac{B}{A}\right)$ (iii) $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{7}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{14}$, then find values

(i) $P\left(\frac{A}{B}\right)$ (ii) $P\left(\frac{B}{A}\right)$ (iii) $P(A \cup B)$

अथवा / OR

एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A die is thrown twice and the sum of the numbers appearing is observed to be 6. What is the conditional probability that the number 4 has appeared at least once?

21 एक पति तथा पत्नी एक पद के दो रिक्त पदों के लिए साक्षात्कार में सम्मिलित

4

हुए। पति के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ तथा पत्नी के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है। दोनों में से किसी के भी न चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A husband and his wife attended an interview for two vacancies of a post. Probability of the husband being selected is $\frac{1}{4}$ whereas that of the wife is $\frac{1}{6}$. Find the probability that none of them will be selected.

अथवा / OR

एक पासा दो बार उछाला जाता है। प्रत्येक उछाल में सम संख्या आने पर 'सफलता' मानी जाती है। सफलताओं का प्रायिकता वंटन ज्ञात कीजिए।

A die is thrown twice. In each throw getting an even number is considered a success. Find the probability distribution of the number of successes.

22 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ हो, तो $A^2 - 5A + 6I$ का मान ज्ञात कीजिए।

5

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, then find the value of $A^2 - 5A + 6I$.

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, $B = [1 \ 3 \ -6]$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $(AB)' = B'A'$

If $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, $B = [1 \ 3 \ -6]$, then prove that $(AB)' = B'A'$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{जब } x \leq 1 \\ 3-ax^2 & \text{जब } x > 1 \end{cases}$$

$x = 1$ पर संतत है तो a का मान ज्ञात कीजिए।

If function $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{when } x \leq 1 \\ 3-ax^2 & \text{when } x > 1 \end{cases}$

is continuous at point $x = 1$ then find values of ' a '.

अथवा / OR

$x^{\sin x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए, जयकि $x > 0$ है।

Differentiate $x^{\sin x}$, $x > 0$ with respect to x .

24 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$

अथवा / OR

$\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$

25 दो परवलयों $y = x^2$ एवं $y^2 = x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by two parabolas $y = x^2$ and $y^2 = x$.

अथवा / OR

$x = 0$ एवं $x = 2\pi$ के मध्य वक्र $y = \cos x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by the curve $y = \cos x$ between $x = 0$ and $x = 2\pi$.

26 अवकल समीकरण

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x \text{ को हल कीजिए}$$

Solve differential equation

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $2xy + y^2 - 2x^2 \frac{dy}{dx} = 0$ को हल कीजिए

जबकि $y = 2$ जब $x = 1$.

Solve the differential equation $2xy + y^2 - 2x^2 \frac{dy}{dx} = 0$ given that $y = 2$

when $x = 1$.